**Lembar Kerja 8**

**Transformasi Linear**

**Nama: NPM :**

**Kelas: Asdos :**

**Pasjar:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tujuan pembelajaran**  Mahasiswa mampu   1. mengidentifikasi apakah suatu fungsi merupakan transformasi linear, mampu menentukan matriks transformasi linear, dan dapat menginterpretasikan sifat-sifat transformasi linear pada bidang dan ruang, serta dapat menjelaskan ruang eigen sebagai Kernel suatu transformasi linear, 2. menjelaskan interpretasi nilai eigen [*T*] secara geomeris dan komposisi transformasi-transformasi linear, serta menentukan hubungan antara Kernel (*T*), Null(*T*), Null([*T*]); dan hubungan antara Rank([*T*]), Range(*T*) dan Coll([*T*]). | | |
| 1. **Soal uraian** | | |
|  | **Definisi**: *transformasi linear*  *T*: *V* 🡪 *W* adalah transformasi linear dari ruang vektor *V* ke  ruang vektor *W* jika dan hanya jika …..  *V*  *W*  Diagram: |  |
|  | Contoh-contoh transformasi linear di ruang Euclid  Bukti  Bukti   1. Nyatakan masing - masing pemetaan di atas ke dalam bentuk perkalian matriks.   **Kesimpulan**:   1. Pada contoh-contoh di atas, dapat diamati bahwa transformasi linear mempertahankan (*preserve*) operasi ….. dan ….. 2. Setiap transformasi linear *T :* *R*m 🡪 *R*n dapat disajikan sebagai perkalian dengan suatu matriks, yaitu *T*(**x**) = *A***x** untuk suatu matriks *A* berordo ….. |  |
|  | Contoh-contoh fungsi yang bukan transformasi linear (a-e)   1. *T*: *R*2 🡪 *R*3, dengan ….. 2. *T*: *R*4 🡪 *R*2, dengan ….. 3. *T*: *R*3 🡪 *R*3, dengan …..   Kesimpulan: Berdasarkan pengamatan, hal utama yang membedakan fungsi yang merupakan transformasi linear dan bukan transformasi linear adalah….. |  |
|  | Untuk sembarang , definisikan operator linear   1. Tunjukkan bahwa salah satu nilai eigen dari adalah 4. 2. Carilah nilai eigen lainnya dari selain 4. 3. Carilah himpunan vektor eigen untuk masing - masing nilai eigen dari . 4. Tentukan determinan dari . |  |
|  | Contoh-contoh transformasi linear umum   1. Misalkan C1[-∞,∞] adalah himpunan fungsi - fungsi yang memiliki turunan pertama yang kontinu di interval [-∞,∞]. Definisikan   *T* : C[-∞,∞] 🡪 C1[-∞,∞] dengan *T*(**p**)= untuk sembarang **p =** *p(x)*∊ C[-∞,∞]. Buktikanlah *T* adalah transformasi linear.   1. Definisikan *T*1: *P*3🡪 *P*2 dengan *T*1(*a+bx+cx*2+*dx*3) = (2*a + b -* *c*) + (*a – b* + 2*c - 5d*)*x* + (*a*-*d)x*2. Buktikan *T* adalah transformasi linear. |  |
|  | 1. Misalkan adalah suatu transformasi linear maka tunjukanlah bahwa 2. untuk sembarang 3. untuk sembarang 4. Berdasarkan poin a bagian i, jika dapatkah disimpulkan bahwa ? Jelaskanlah jawabanmu. |  |
|  | 1. Jika adalah suatu transformasi linear maka : 2. Himpunan disebut ….. dari dan dinotasikan dengan ….. 3. Himpunan disebut dengan ….. dari dan dinotasikan dengan ….. 4. Dimensi dari disebut ….. dari *T* dan dinotasikan dengan ….. 5. Dimensi dari disebut ….. dari *T* dan dinotasikan dengan …... 6. Definsikan dengan   Tentukanlah   1. range(*T*) dan kernel(*T*) 2. rank(*T*) dan nulitas(*T*) 3. Diberikan dengan   untuk setiap. Tentukanlah   1. range(*T*) dan kernel(*T*) 2. rank(*T*) dan nulitas(*T*) |  |
|  | Nulitas dan rank transformasi linear di ruang Euclid *T*: *Rn* 🡪 *Rm*   1. Matriks standar [T] berordo….. 2. Null([*T*]) = ….. 3. Kernel(*T*) = ….. 4. *Range*(*T*) = ….. 5. Bagaimana hubungan antara Null([*T*]) dan Kernel(*T*) ? 6. Null(*T*) adalah subruang dari ….. 7. *Range*(*T*)adalah subruang dari ….. 8. Nulitas(*T*) adalah ….. 9. Rank(*T*) adalah ….. 10. Nulitas(*T*) + Rank(*T*) = ….. 11. *T* satu-satu (*one to one*) jika dan hanya ….. |  |
|  | Nilai eigen dan transformasi linearBagaimana interpretasi nilai eigen dan vektor eigen dari matriks transformasi linear? Jawablah dengan melengkapi tabel berikut ini.  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Operator linear di R2 | Gambar | Matriks standar | Nilai & himpunan vektor eigen | *Range, Kernel, Rank,* nulitas | | Proyeksi pada sumbu-*x*  Rumus:  *T(x,y)=* ….. |  |  |  |  | | Proyeksi pada sumbu-*y*  Rumus:  *T(x,y)=*….. |  |  |  |  | | Pencerminan terhadap sumbu-*x*  Rumus:  *T(x,y)=* ….. |  |  |  |  | | Pencerminan terhadap titik asal  Rumus:  *T(x,y)=* ….. |  |  |  |  | | Pencerminan thd garis *y* = *x*  Rumus:  *T(x,y) =* ….. |  |  |  |  | | Rotasi disekitar titik asal dengan sudut berlawanan arah dengan jarum jam.  Rumus:  *T(x,y)=*….. |  |  | \*tentukan nilai dan vektor eigen untuk | \*tentukan range, kernel, rank, dan nulitas untuk sembarang | | Ekspansi atau kompresi ke arah sumbu-*x*  Rumus:  *T(x,y) =*….. |  |  |  |  | | *Shear* sebesar *k* searah sumbu-*x*  Rumus:  *T(x,y)=* ….. |  |  |  |  |  1. **Sifat - sifat transformasi linear di ruang Euclid**   Misalkan adalah suatu transformasi linear, maka pernyataan berikut ini ekuivalen.   1. memiliki invers 2. range(*T*)= ….. 3. *T* bersifat….. | |
|  | Komposisi transformasi linear  1. Definisi komposisi dua transformasi linear.   Jika dan adalah transformasi linear, **x**  adalah vektor di maka komposisi *T*2 dengan *T*1 adalah  …..   1. Tunjukkan komposisi transformasi linear adalah transformasi linear juga. 2. *T*1 adalah ekspansi ke arah sumbu x dengan faktor *k=2*       *T*2 adalah pencerminan terhadap garis *y* = *x*      …..  …..   1. Bila diberikan dan yang merupakan transformasi linear, apakah selalu dapat dibentuk ? Jelaskan. |  |
|  | Inverse transformasi linear*T*-1adalah inverse transformasi linear *T* jika dan hanya jika(*T*o*T*-1)(y) =…..(*T*-1o*T*)(x) =…..Syarat transformasi linear mempunyai inverse adalah…..  1. Buatlah contoh transformasi linear yang memiliki inverse lalu tunjukkan atau buktikan bahwa transformasi linear tersebut benar - benar memiliki invers. 2. Jika adalah transformasi linear yang memiliki inverse, tunjukkan bahwa [*T*-1] = [*T*]-1*.* |  |
|  | 1. Misalkan adalah transformasi linear, maka T adalah suatu isomorfisma apabila memiliki sifat ….. 2. Jika terdapat suatu isomorfisma dari ke maka dan dikatakan….. 3. Jelaskanlah apakah transformasi linear di bawah ini adalah isomorfisma.      1. Definisikan dan dengan 2. dengan   untuk |  |
| 1. **Tentukan nilai kebenaran kalimat-kalimat berikut ini denganmemberikan alasan/ penjelasan.** | | |
|  | Jika *T*(**v**) = **v** + **u** untuk suatu vektor tak nol **u** dan untuk setiap **v** pada *V*, maka *T* adalah operator linear.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | *T* adalah transformasi linear satu-satu, maka Kernel(*T*) = {**0**}.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Jika *T* adalah transformasi linear dan *T*(**a**) = **u** dan *T*(**b**) = **v**, maka berlaku *T*(**a** - 3**ab**) = **u** – 3**uv**.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Operator linear *T* di *Rn* mempunyai inverse, maka Rank(*T*) = *n*.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
| 1. **Refleksi**:   Ceritan tiga tantangan terbesar dalam belajar Aljabar Linear dan tiga capaian terbear Anda di mata kuliah ini. | | |